(19) Europäisches Patentamt
European Patent Office
Office européen des brevets

(11) Veröffentlichungsnummer: **0 221 027**
A2

(12) **EUROPÄISCHE PATENTANMELDUNG**

(21) Anmeldenummer: **86810481.1**

(22) Anmeldetag: **28.10.86**

(51) Int. Cl.⁴: **G 10 D 3/02,** G 10 D 7/00

(30) Priorität: **30.10.85 CH 4645/85**

(43) Veröffentlichungstag der Anmeldung: **06.05.87 Patentblatt 87/19**

(84) Benannte Vertragsstaaten: **AT BE CH DE ES FR GB GR IT LI LU NL SE**

(71) Anmelder: **Haferkorn, Friedrich Paul, Hohensteinweg 6, CH-8055 Zürich (CH)**

(72) Erfinder: **Haferkorn, Friedrich Paul, Hohensteinweg 6, CH-8055 Zürich (CH)**

(54) **Verfahren zur Bestimmung der genauen Grössen von Musikinstrumenten und Klangkörpern in Relation zu Frequenz und Klangfarbe, einschliesslich der Unterteilungen für Halbtöne.**

(57) Von der Frequenz ausgehend, werden durch besondere Faktoren die Klangfarbe und die Raumgrössen, einschliesslich genauer Lochpositionen für gewünschte Lochdurchmesser bei Blasinstrumenten oder die Verlängerungen bei Blechblasinstrumenten, bestimmt. Aus der Abhängigkeit von Grössen, Form und Klangfarbe ergeben sich optimale Klang- und Spieleigenschaften. Inbegriffen sind alle angeblasenen Instrumente, Glocken, Lautsprecher, Zungen, Stäbe (Xylophonplatten), Saiten, sowie die Wandstärken und Windmengen von Orgelpfeifen.

Bei den Blasinstrumenten (Hohlkörper) wird der wirkliche Oktavpunkt ermittelt, und von dort aus alle Unterteilungen, unabhängig von „Luftsäule" und „Mündungskorrekturen".

Die Verfahren ermöglichen die Herstellung von völlig genau intonierenden Instrumenten, bei Blasinstrumenten mit dem analogen Griff in den höheren Naturtonlagen, mit beliebiger Vielfalt der Klangeigenschaften. Der Arbeitsaufwand bis zum fertigen Produkt verringert sich wesentlich bei rationeller Anwendung der Verfahren.

EP 0 221 027 A2

Verfahren zur Bestimmung der genauen Grössen von Musikinstrumenten und Klangkörpern in Relation zu Frequenz und Klangfarbe,einschliesslich der Unterteilungen für Halbtöne

Die Erfindung besteht in Verfahren,die eine Vorherbestimmung aller Grössen von Musikinstrumenten und Klangkörpern ermöglichen,ausgehend von der Grundfrequenz und der Klangfarbe.Die Verfahren umfassen alle Blasinstrumente mit Löchern für die Tonfolgen samt deren genauen Festlegung, Blechblasinstrumente ,diese auch mit Auszügen oder Ventilschleifen,andere Hohlkörper ohne Tonunterteilungen,wie Glocken und Lautsprecher,ebenso feste Körper wie Zungen, Stäbe(Platten) und Saiten,die Tonfolgen als Register analoger Körper bilden.Dazu gehören noch die abhängigen Grössen wie die Wandstärken und Windmengen von Orgelpfeifen.

Im Musikinstrumentenbau werden gemäss Oberbegriff des Patentanspruches 1 die Typen durch Versuche an Modellen entwickelt.Ihre Grössen bewegen sich im Rahmen traditioneller Abmessungen,zum Teil werden völlig identische Kopien als Eigenfabrikat auf den Markt gebracht.Die Ergebnisse aus den Modellversuchen werden teilweise mit Computerhilfe,wobei die Programme statistische Auswertungen vornehmen oder auf der herrschenden physikalischen Theorie beruhen,korrigiert und das einzelne Serienprodukt nachintoniert,indem die Körper und/oder die Löcher usw.leicht verändert werden. Trotzdem lassen sich an jedem Instrument hörbare Abweichungen einzelner Töne von der generellen Stimmung nachweisen.

Die Physik hat desgleichen bisher keine Methoden für die gesamten Massbeziehungen der Instrumentenkörper entwickelt. Für die Blasinstrumente hat vor über 100 Jahren Theobald Böhm eine zeichnerisch/rechnerische Methode veröffentlicht in Zusammenhang mit dem nach ihm benannten Klappen-Systems, mit dem jeder Halbton mit einem eigenen Loch gespielt werden kann.Die in seiner Methode angewandte sogenannte Mündungskorrektur(Rayleigh u.a.) und die Theorie einer Luftsäule,die kürzer als das wirkliche Rohr sein kann,bilden noch immer das Fundament von Theorie und Praxis.Mit beidseitiger Mündungskorrektur,und nur auf zylindrische Rohre beschränkt,die Masse von einem angenommenen Knotenpunkt der Luftsäule auf das Zentrum des jeweiligen Loches samt dessen Durchmesser gerechnet,wird das Verfahren beschrieben von verschiedenen Autoren.(A.H.Benade:Fundamentals of musical acoustics,New York,Oxford University Press 1976,Otto Steinkopf:Zur Akustik der Blasinstrumente,Celle,Moeck Verlag 1983, u.a.).Mit Computerverrechnungen auf dieser Basis wird versucht,die auftretenden Fehler zu vermindern.Ausserhalb der traditionellen Rohrdurchmesser wird das Ergebnis schlechter. Für Orgelpfeifen hat R.Rensch einen Rechenschieber vorgelegt(Verlag Aug.Laukhuff,Weikersheim 1969),der gleichfalls auf den Mündungskorrekturannahmen und den überkommenen Regeln des Orgelbaues beruht.

In Bezug auf den Oberbegriff der Patentansprüche 2 und 3 bietet die physikalische Theorie keine zureichenden Lösungen für die Berechnung von Zungen,Stäben(Platten) und Saiten. Besonders auffällig ist das Abweichen der Ergebnisse bei stark verkürzten Baßsaiten eines Klavieres von den empirischen Lösungen,die für das Ohr richtig sind.Von Fenner + Thomma gibt es einen,bereits nachgebesserten,Rechenschieber für Klavier-und Cembalosaiten(im Verlag Das Musikinstrument, Frankfurt),der gut angenäherte Ergebnisse liefert,mit grösseren Mängeln bei den umsponnenen Saiten.Dieser Rechenschieber kommt auch aus ohne die Berücksichtigung des Elastizitätsmoduls E,das die Physik als unumgängliche Komponente verlangt.

In Bezug auf die Oberbegriffe der Patentansprüche 4 und 5 sei auf die Literatur über den Orgelbau verwiesen(Mahrenholz,Ellerhorst,Lottermoser u.a.),deren Angaben entweder ungenau oder widersprüchlich sind.

Die Mängel aller angeführten Methoden werden gelöst durch die Erfindung,wie sie in den Patentansprüchen gekennzeichnet sind. Die bisher auch unter sich nicht vergleichbaren Lösungsvorschläge werden ersetzt durch eine einheitliche und übergreifende Darstellung der Zusammenhänge.

Die durch die Erfindung erreichbaren Vorteile sind vielfältig. So lassen sich alle Grössen von Musikinstrumenten und sonstiger beschriebener Klangkörper, einschliesslich ihrer allfälligen Tonunterteilungen und die Klangfarbe, alles in Bezug auf eine geforderte Grundfrequenz, mit grösstmöglicher Genauigkeit im Voraus bestimmen, als Grundlage für die Herstellung. Damit erübrigt sich das langwierige Experimentieren an Modellen mit seinen unbefriedigenden Kompensationsverrechnungen. Die optimale Anlage der Löcher und die Reduzierung der Lochanzahl auf ein vertretbares Mass (z.B. von 20 auf 11 Löcher in der ersten Oktave) bringt, besonders bei sinnvoller Anwendung von Gabelgriffen, eine Vereinfachung und Verbilligung der Mechanik-Systeme. Mit einer gleichmässig vorgenommenen Abstufung der Lochdurchmesser, bzw. gleichbleibenden Lochung bei zylindrischen Körpern, wird das Schwanken der Tonqualität innerhalb der Tonfolge vermeidbar. Es ergeben sich bessere Spielmöglichkeiten, da bisher jeder Wechsel auf ein anderes Fabrikat gleicher Art eine etwas abgeänderte Grifftechnik erfordert, wobei für manche Töne sogar zwei bis drei Vorschläge gemacht werden, von denen keiner den geforderten Ton exakt trifft. Das wird ersetzt mit einem einzigen Griff, der dann, im Gegensatz zur bisherigen Praxis, auch grundsätzlich in den höheren Naturtonlagen beibehalten werden kann. Die Rohre können so angelegt werden, dass sie schon auf Grund ihrer genauen Form und ihrer angepassten Wandstärke einen grösseren Dynamikbereich zwischen pp und ff erzielen können, ohne Veränderung der Frequenz. Bei der Herstellung entfällt jedes Nachintonieren. Klaviersaiten werden, besonders in den Bässen, weniger unregelmässig, was durch die Ausnützung der bisher nicht erkannten geometrischen Abfolge der Saitenlängen gefördert wird.

Die Individualität von Instrumenten geht bei Anwendung der Erfindung nicht verloren, die Klangcharaktere lassen sich sogar stärker als bisher variieren,als es in den sonst sehr engen Grenzen des Instrumentenbaues möglich war.Alle gebräuchlichen Instrumente lassen sich optimieren.

Die Erfindung beschreibt Verfahren zur Bestimmung der genauen Masse von Klangkörpern und davon abhängiger Grössen in der Reihenfolge der Patentansprüche.

Sollen im inneren Rohr der Länge L_1 mit der Frequenz f_1,das der Rotationskörper mit der Umhüllungskurve einer einwandfrei ausgeführten Funktion f(x) bildet,diejenigen Punkte bestimmter Frequenz in Bezug auf das ganze Rohr angegeben werden,um von dort aus später Grösse und Lage von Löchern zu ermitteln,ist die Beziehung

$$(f_x/f_1)^{\ln(L_1/L_2)/\ln 2} = L_1/L_x$$

Jedes Rohr hat bei der Länge L_2 den Punkt,an der sich die Oktave für das ganze Rohr bildet.Der an diesem Punkt abgeschnittene Rohrteil mit dem Anblasende würde,bei veränderter Klangfarbe,ein die Oktave spielendes Instrument ergeben.Von diesem Oktavpunkt aus lassen sich alle Partialtöne geometrisch darstellen und nachweisen.Die im Rohr beteiligten Grössen unterliegen der Bedingung

$$L_\lambda = L_1^c \cdot (r_1 \cdot m \cdot (2^c)^{z_1})^{(1/c)-1} = 2 \cdot L_2^c \cdot (r_2 \cdot m \cdot (2^c)^{z_2})^{(1/c)-1}$$

Das gesuchte Verhältnis L_1/L_2,das Oktavverhältnis,das im ganzen Rohrbereich Gültigkeit behält,ist bei allen konischen und hyperbolischen Körpern technisch,aber nicht algebraisch

$$L_1/L_2 = 2 \cdot ((r_2/r_1)^{1/c} \cdot 2^{(z_2 - z_1 + 1)})^{(1/c)-1}$$

für zylindrische Körper im gleichen Sinn,jedoch vereinfacht, weil $r_1/r_2 = 1$ ist

$$L_1/L_2 = 2 \cdot r_1 \cdot m \cdot (2^c)^{z_1} / L_1^c$$

Jeder Halbtonschritt ist dann gleich $(L_1/L_2)^{1/12}$.
Diese Beziehungen ergeben sich trotz der verschieden möglichen Formen der Umhüllungskurve,wenn diese einer Funktion f(x) gehorcht,und die entstehende Längsschnittfläche,das doppelte Integral,wird gleichwertig ausgedrückt durch das flächengleiche Rechteck L·r.Das doppelte Integral bleibt auch bei den Krümmungen langer Rohre bestehen,wenn die Achse

die Länge L_1 bzw. L_2 bildet. Bei einer Berechnung sind a l l e M a s s e i n cm einzusetzen. Es bedeuten

f_1 Frequenz des Rohres mit der Länge L_1

f_x Frequenz des Rohres mit der Länge L_1 bei der Länge L_x

L_λ Wellenlänge aus $(v/f)\cdot 2^{\pm \text{ganze Zahl}}$

L_1 Länge des Innenraumes des wirksamen Rohres mit der Frequenz f_1, axial gemessen einschliesslich aller gekrümmten Teile des Rohres. L_1 wird begrenzt am "unteren" Ende bei einer Geraden als Umhüllungskurve dort, wo diese endet, oder wo sie in einen Becher übergeht. Dieser Becher darf jedoch im aufgesetzten Zustand die Frequenz des Rohres nicht beeinflussen, er hat lediglich der Tonabstrahlung zu dienen. Bei hyperbolischen Formen (Hörner) begrenzt der grosse Rand der Trichteröffnung die Länge. Am Blasende (Antriebsseite) ist in die Länge L_1 inbegriffen: bei Kernspaltflöten der Bereich des Kernspaltes, bei Quer-und Traversflöten der Bereich des Stopfens bis Rohrende, bei Oboen, Englischhörnern, Fagotten usw. das gesamte Doppelrohrblatt, bei Klarinetten, Saxophonen u.ä. die Unterseite des Blattes bis zum äussersten Punkt des Rohres, bei Instrumenten mit Kesselmundstücken die Engführung des Mundstückes.

L_1 bei runden Orgelpfeifen und Bechern vom Kernspalt (Pfeifenboden) bis zum Stimmschlitz, eckige Holzpfeifen auf der gesamten durchgehenden Korpuslänge bis zum Stimmschlitz. Gedackte Pfeifen bis innerkant Deckel.

L_1 bei Glocken von dem Punkt, an dem sich die Gerade von der "Schärfe" her mit der inneren Rippenform trifft, bis zum Übergang in die Platte.

L_2 Länge des Innraumes des Rohres mit der Frequenz $f_1\cdot 2$, axial gemessen einschliesslich der gekrümmten Teile. Am "unteren" Ende begrenzt durch den Punkt, wo das Rohr die Oktave zum gesamten Rohr bringt, am Blasende wie unter L_1 angegeben.

r_1 Radius des ganzen Rohres, gebildet aus der inneren Längsschnittfläche/$2\cdot L_1$. Bei Kernspaltflöten, Klarinetten und Saxophonen gilt die vervollständigte Fläche innerhalb der bis an das Anblasende geführten Umhüllungskurve(Geraden). Bei Doppelrohrblattinstrumenten ist die Flächendifferenz zwischen der inneren Längsschnittfläche der handelsüblichen Doppelrohrblättern und der geradlini gen Fortführung der Umhüllungsgeraden des inneren Rohres in der Flächengrösse zu berücksichtigen.

r_2 Radius des Oktavteiles des Rohres, gebildet aus der inneren Längsschnittfläche im Bereich von L_2, geteilt durch $2 \cdot L_2$, sonst analog Bemerkungen zu r_1.

R grösster Radius des Innenraumes bei Glocken, Lautsprechern und anderen Klangkörpern

r kleinster Radius des Innenraumes

Ist der Querschnitt des Rohres elliptisch oder rechteckig, so gilt das arithmetische Mittel der Querschnittsradien

c Exponent, kann a oder b sein

a Exponent für beidseitig offene Systeme

$a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2 = 0.5287664$

b Exponent für ein-oder beidseitig geschlossene Systeme

$b = \ln(\ln 16)^{0.5}/\ln 2 = 0.7356168$

$b = 1 - (a/2) \qquad a = 2(1 - b)$

m Grösse, abhängig von der Form des Rohres und der Art des Systems, gemäss Aufstellung in Tabelle

z_1 Exponent für das ganze Rohr, gebildet aus $\pm 1/8$ multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

z_2 Exponent für den Oktavteil L_2, gebildet analog z_1

Tabelle über Systeme und Werte

	m	z_1	z_2	$\sim L_1/2 \cdot L_2$	Ü
offene Systeme					
<u>zylindrisch</u>:					
Flöten m.Kernspalt	8	+0.5	-0.5	1.0	
Querflöten	8	+0.5	-0.5	1.0	52.
Piccoloflöten	8	-0.5	-1.5	1.0	
Röhrchen i.Rohrged.	8	-0.5	-1 und mehr		
<u>offen konisch</u>:					
Oboe histor.	16	0	+1		24.
Oboe modern	16	+1	+1.75	1.15	28.
Englischhorn	16	+1	+2	1.25	21.
Fagott	16	+1	+2	1.15	

<table>
<tr><th></th><th>m</th><th>z_1</th><th>z_2</th><th>$\sim L_1/2L_2$</th><th>Ü</th></tr>
<tr><td><u>gegen-konisch</u>:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Bass-Blockflöte</td><td>8</td><td>0</td><td>-1</td><td>1.2</td><td></td></tr>
<tr><td>Tenor-Blockflöte</td><td>8</td><td>+0.5</td><td>-0.75</td><td>1.1</td><td></td></tr>
<tr><td>Alt-Blockflöte</td><td>8</td><td>+0.75</td><td>-0.25</td><td>1.05</td><td></td></tr>
<tr><td>Sopran-Blockflöte</td><td>8</td><td>+1|0.75</td><td>-0.25</td><td>1.1</td><td></td></tr>
<tr><td>Sopranino</td><td>8</td><td>+1</td><td>0</td><td>1.0</td><td></td></tr>
<tr><td>Traversflöte</td><td>8</td><td>+0.75|1</td><td>-0.5|0.25</td><td>1.1</td><td></td></tr>
<tr><td>Piccolo</td><td>8</td><td>-0.5</td><td>-1.5</td><td>1.0</td><td></td></tr>
<tr><td><u>hyperbolisch</u>:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Trompete D</td><td>8</td><td>+2</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Trompete B</td><td>8</td><td>+2.25</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>+ Schleifen</td><td>8</td><td>+3</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Posaune B</td><td>8</td><td>+2.5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>+ Auszug</td><td>8</td><td>+3.25</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Horn F</td><td>8</td><td>+3</td><td>+4</td><td>1.35</td><td></td></tr>
<tr><td>Halbhorn F</td><td>8</td><td>+1</td><td>+3.5</td><td>1.65</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">e i n s e i t i g g e s c h l o s s e n e S y s t e m e
(auch beidseitig geschlossen)</td></tr>
<tr><td><u>zylindrisch</u>:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Klarinette histor.</td><td>128</td><td>-3</td><td>-4</td><td>1.14</td><td>17.</td></tr>
<tr><td>Klarinette</td><td>128</td><td>-3</td><td>-4</td><td>1.0</td><td>23.</td></tr>
<tr><td>Bass-Klarinette</td><td>128</td><td>-3</td><td>-4</td><td>1.0</td><td>25.</td></tr>
<tr><td>Orgelpfeifen</td><td>128</td><td>-5 -4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>gedackt</td><td>128</td><td>-5 -6</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>offen konisch</u>:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sopran-Saxophon</td><td>256</td><td>-4.25</td><td>-4.25</td><td>1.2</td><td>30.</td></tr>
<tr><td>Tenor-Saxophon</td><td>256</td><td>-5.125</td><td>-4.625</td><td>1.1</td><td>30.</td></tr>
<tr><td>Orgelpfeifen</td><td>256</td><td>-7|-6</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Becher(Zungenreg.)</td><td>256</td><td>-7|-4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lautsprecher</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hochton</td><td>128</td><td>-8|-9</td><td colspan="3" rowspan="3">bei mehrfacher Verkürzung
von L um 2^{-6} $^{-8}$
auch hyperbolisch</td></tr>
<tr><td>Mittel+Tiefton</td><td>128</td><td>-9|-11</td></tr>
<tr><td><u>gegenkonisch</u>:</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Orgelpfeifen</td><td>128</td><td>-5|-4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Orgelpf.gedackt</td><td>128</td><td>-5|-6</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>hyperbolisch</u>:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Glocken</td><td>128</td><td>-7.5|-8.5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Alle z-Werte können um $\pm 1/8$ und auch um $\pm 1/4$ abweichen, besonders bei Travers-und Blockflöten sind Abweichungen sehr häufig, wie auch die ganze Blockflötenfamilie kein wirkliches Register bildet. Wird der Wert von z_1 um ± 1 geändert, so ergibt das die Oktave, was mit $\pm\ 2 \cdot L_1$ kompensiert werden könnte.

Alle Rohre sind einheitlich den beschriebenen Beziehungen unterworfen, unabhängig von ihrer Antriebsart (Kernspalt oder Blasloch bei Flöten, Doppelrohrblatt, Kesselmundstück, Anschlagen von Glocken oder die Anregung von Lautsprechern), solange die Antriebskraft genügend gross ist. Die Frequenz des Rohres wird dann nicht erreicht bei zu grossem Aufschnitt von Orgelpfeifen und Kernspaltflöten und/oder durch zu dicke Wände. Beim Überblasen in die höheren Naturtöne steigt dann die Frequenz unproportional an und erreicht auf diese Weise erst die wirkliche Frequenz des Rohres, bestimmte Löcher zeigen den gleichen Effekt. Ein falsches Resultat kommt auch dann zustande, wenn der aufgesetzte Becher das Rohr beeinflusst.

Abweichungen von der mathematischen Form der Umhüllungskurve, sogar wenn diese nur 1/20 mm betragen, bewirken eine verschlechterte Redundanz der Teiltöne, die Wellenlängen werden dabei verschieden gross und erzeugen unter sich Reibungen und Schwebungen.

Den Punkten L_x mit der Frequenz f_x sind im jeweiligen Rohr Radien zugeordnet, die sich aus der Form und den Raumgrössen und aus der Beteiligung von m, z_1 und z_2 ergeben. Ein Loch, das die Frequenz f_x erzeugen soll, berührt beim Durchstoss durch die innere Oberfläche des Rohres mit seinem, dem Blasende abgewandten Rand die Stelle für f_x, wenn der Lochdurchmesser gleich dem Rohrradius bei diesem f_x, bzw. L_x ist. Aus dem gleichen Grund ist für den tiefsten Ton einer Querflöte auch ein Loch denkbar, das ein in die innere Oberfläche geklappter Rohrdurchmsser wäre, mit Drehpunkt um das Rohrende.

Weicht der Lochdurchmesser d_1 von dem Rohrradius r_x ab, weil ein üblicher Bohrer benutzt wird, verändert sich die Lage des Loches

$$((r_x/d_1)\cdot(2^c)^{z_3})^{\ln(L_1/L_2)/\ln 2}\cdot L_x = \text{wirkliche Länge}$$

ab Blasende bis auf den dem Blasende abgewandten Rand des Loches.

r_x Radius des Rohres bei L_x mit der Frequenz f_x

f_x Frequenz bei L_x

d_1 Lochdurchmesser

z_3 Exponent, gebildet aus $\pm 1/16$ multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

Der Quotient aus r_x/d_1 wird im Normalfall möglichst gleichgross wie $(2^c)^{z_3}$, also $(r_x/d_1)/(2^c)^{z_3} \cong 1$. Je nach dem relativen Lochdurchmesser ergeben sich Klangfarben-und Intensitätsunterschiede des Tones, analog zu den Rohren selbst, wenn Rohre eng oder weit sind, wie es sich aus den Änderungen von z_1 ergeben kann.

Um Gleichmässigkeit des Klanges zu erzielen, sind die Löcher immer im gleichen Verhältnis zum jeweiligen Rohrradius auszuführen, oder bei zylindrischen Instrumenten werden die Löcher immer kleiner, je höher der Ton ist, indem z_3 pro Halbton sich um $-1/16$ ändert. Bei nebeneinander liegenden Doppellöchern für die tieferen Halbtöne, z.B. bei Blockflöten, ist das zuerst zu öffnende Loch d_1 gemäss der erläuterten Beziehung anzuordnen, aber näher an den Ort des nächsthöheren Halbtones. Dieser höhere Halbton wird dann erzeugt, wenn die Durchmesser der gleichzeitig geöffneten Löcher die Relation $d_3 = (d_1^2 + d_2^2)^{0.5}$ bilden. Bei schräggebohrten Löchern ist d_1 gleich der halben Summe aus dem kleinen und dem grossen Halbmesser der sich bildenden Ellipse. Mit einem Gabelgriff wird der Ton zwischen zwei offenen Löchern erzeugt, $(f_{x_1}\cdot f_{x_3})^{0.5} = f_{x_2}$, unabhängig von der Lage und Grösse der beteiligten Löcher. Daher liegen auch die Überblaslöcher auf den Stellen bestimmter Halbtöne. Die Löcher müssen nicht in einer Linie angeordnet sein, die Anpassungen an die üblichen Klappensysteme und die Finger des Spielers bleiben unberührt bei Anwendung der Erfindung.

Bei Glocken wird eine Halbtonunterteilung nur in der Reihung von einzelnen Glocken in einem Glockenspiel vorgenommen. Der übliche innere Verlauf der sogenannten Glocken-Rippe wird traditionell aus einer Geraden und 1 bis 2 anschliessenden Kreisbogenteilen konstruiert, was dann zu den bekannten unproportionalen Teiltonfrequenzen führt. Wird diese Art der Rippenform in die nächstliegende Hyperbel umgeformt, so stimmen auch die Teiltöne unter sich. Diese Hyperbel kann beliebig angenommen werden, x_1 jedoch nicht kleiner als 1, analog zu den Hörnern. Die Rahmenbedingungen für die hyperbolischen, europäischen, Glocken sind

$R/r = 2^b$ $\quad x_2/x_1 = 9$ bis 18 mit m_a 13.5

$L/L_1 = 1.3$ bis 1.6 mit m_a 1.47

$L_1/r_1 = 2.22$ bis 2.54 mit m_a 2.314

Lautsprecher kompensieren die Reduzierung ihrer Länge $L_\lambda = (v/f)\cdot 2^{-\text{ganze Zahl}}$ mit einer Vergrösserung von r_1 über die Veränderung von z_1 um die entsprechenden Oktaven. Das ist der Grund für die Möglichkeit der Wiedergabe auch tiefer Frequenzen, mit Wellenlängen grösser als 10 m, auf sehr kleinen Lautsprechern. Der Konus des Lautsprechers kann jede mathematische Form f(x) annehmen, um klirrfrei eine Klangwiedergabe zu erzielen, jedoch darf auch hier x_1 nicht kleiner als 1 sein, wenn es sich um eine hyperbolische Form handelt. Die Einspannung des Lautsprecherkonus kann eine geringe Frequenzerhöhung zur Folge haben, die Wandstärke muss völlig gleichmässig sein, um ideal zu wirken und um die Partialtöne möglichst wenig zu dämpfen. Der Einfluss des Klangcharakters des Lautsprechers lässt sich nicht unterdrücken.

Die Erfindung gemäss dem Oberbegriff des Patentanspruches 1 wird zusätzlich näher erläutert an den Beispielen für ein Englischhorn und für eine Trompete.

Das Englischhorn hat eine offen-konische Form, die Stimmung des Rohres sei tiefer angenommen als die Stimmung der Löcher, die aufgesetzte Birne so angelegt, dass sie nicht die

Stimmung des Rohres beeinflussen kann. Voraussetzung für das Rohr sind die den Klangcharakter bestimmenden Faktoren, die zu r_1 und r_2 führen, das handelsübliche Doppelrohrblatt, dessen Länge und grösster Durchmesser gegeben sind und dessen Neigung steiler ist, als es die des Instrumentenrohres ist. Diese Auswirkung auf r_1 und r_2 wird hier aber vernachlässigt, um die Darstellung nicht zu sehr zu komplizieren. Das Rohr einschliesslich Rohrblatt ist $L_1 = 85.0$ cm, $r_1 = 0.56$ cm, $m = 16$, $z_1 = 1$, $z_2 = 2$, r_2 angenommen 0.3 cm.

$$L_\lambda = L_1^a \cdot (r_1 \cdot m\ (2^a)^{z_1})^{(1/a)-1} = 85^a (0.56 \cdot 16 \cdot (2^a))^{(1/a)-1} =$$

$$L_\lambda = 102.50826 \text{ cm}$$

$$L_2 = (2(r_2 \cdot m \cdot (2^a)^z)^{(1/a)-1} / L_\lambda)^{-1/a} =$$

$$2(0.3\ 16\ (2^a)^2)^{(1/a)-1} / 102.50826)^{-1/a} = 35.375144 \text{cm}$$

$$L_1/L_2 = 2((0.3/0.56)^{1/a} \cdot 2^{(2-1+1)})^{(1/a)-1} = 2.4028166$$

$$85.0/35.375144 = 2.4028171$$

Die beiden Oktavverhältnisse sind fast identisch.

Die Stimmung des ersten Loches mit $f = 247.63$ Hz wird gleichgesetzt $L_\lambda = 98.4$ cm. Der Punkt L_x für diese Wellenlänge ist

$$L_1/L_x = (102.50826/98.4)^{\ln 2.402817/\ln 2} = 1.053092$$

$$L_x = 80.714697 \text{ cm}$$

Der Radius des Rohres an dieser Stelle ist, gerechnet aus den Rohrmassen nach der Hesse'schen Normalform für die Gerade, $r_x = 0.9604356$ cm. Soll der Lochdurchmesser 1.2 cm sein und der Klammerausdruck sich möglichst dem Wert 1 annähern, so wird

$$((r_x/d_1) \cdot (2^a)^z)^{\ln(L_1/L_2)/\ln 2} \cdot L_x =$$

$$(1.249433 \cdot (2^a)^{-10/16})^{1.2647586}\ 80.714697 = 80.065964 \text{ cm}$$

Der dem Blasende abgewandte Rand des Loches liegt also 80.066 cm vom Blasende entfernt, das Loch selber innerhalb dieser Distanz.

Bei Trompeten, Posaunen, Hörnern, Tuben usw. werden die Halbtöne erzeugt, indem von einem höheren Naturton auf dem Grundrohr aus durch eine entsprechende Verlängerung des Rohres die tieferen Halbtöne erreicht werden. Somit bildet das kürzere Rohr, zusammen mit dem Auszug, bzw. den Schleifen, ein zweites Instrument, das mit ersteren in analoger Beziehung steht wie ein Rohr mit seiner Oktave, nur ist das Verhältnis umgekehrt in seinen Längen und reicht, normalerweise nur bis zum tieferen Tritonus. Die Schwierigkeit liegt bei den hyperbolisch geformten Körpern in der Verrechnung der Integrale mit $L_1 \cdot r_1$. Die Umhüllungskurven $y = x^p \cdot F$, mit einem x_1 nicht kleiner als 1, haben bei heutigen Konzertinstrumenten die angenäherten Werte

$$p = -(L_\lambda \cdot 1050^{-1} + 0.41) \qquad F = 1.0059^{L_\lambda} \cdot 2.5$$

$R = 1.0043^{L_\lambda} \cdot 2.8$, da R, der grösste Trichterradius, kleiner wird bei grösseren L_λ. Nach diesen Angaben ist für das Beispiel einer möglichen Hoch-F-Trompete mit $L_\lambda = 98.44$ cm. die Kurvenfunktion $y = x^{-4.5} \cdot 4.5$. Wird $L_1 = 90.0$ cm angenommen, haben r_1 aus dem Integral und r_1 aus der akustischen Beziehung ein anderes Ergebnis, $m = 8$, $z_1 = 1.5$,

$$r_1(\text{integ}) = ((91^{0.5} - 1)/0.5)/90 = 0.8539392$$
$$r_1 = (L\ /(m(2^a)^z\ )^{(1/a)-1}) L_1{}^a)^{1/(1/a)-1} = 0.8613266$$
$$4.5(0.8613266/0.8539392) = 4.5389294 = F \text{ korrigiert}$$

Die Kurvenfunktion muss also leicht geändert werden. Der kleinste Radius r des Rohres ist mit 0.4758 cm für ein handelsübliches Mundstück zu gross, deshalb verengen sich in der Praxis die letzten Viertel der Rohrlänge, es müssen deshalb die dadurch verlorengehenden Flächen an anderer Stelle kompensiert werden. Zu beachten ist, dass bei bestimmter Kurvenfunktion f(x) der Trichterradius R den Punkt x_1 ausweist.

Die Schleifen für das Spielen von Halbtönen setzen erst gegen Ende des Rohres an, im Beispiel wird der zusätzliche Zylinder für die Schleifen mit $r = 0.525$ cm festgelegt, entsprechend 74.746 cm Länge ab Trichterrand. Wird für das um den Tritonus verlängerte Instrument eine Länge, einschliesslich des Zylinders, von $L_1 = 141.0$ cm genommen, davon 51.0 cm für den Zylinder, sind im Vergleich

$$\text{Integral} = ((91^{0.5} - 1)/0.5)4.5389294) + (0.525\ 51) = \\ = 104.29439 \text{ cm}^2$$
$$L_1 \cdot (L_\lambda \cdot 2^{0.5}/(m(2^a)^{2.25})^{(1/a)-1}) \cdot L_1{}^a)^{1/(1/a)-1} = \\ L_1 \cdot r_1 = 104.28293 \text{ cm}^2$$

die Flächen gleich, die Teilschleifen können somit aus

51/6 gebildet werden,somit die Längen 8.5,17.0 und 25.5 cm. Jede Verlängerung um einen Halbton verändert den Wert für z um 1/8.

Von den hohlen Körpern, wie sie bis hierher beschrieben wurden,unterscheiden sich Zungen,Stäbe(Platten) und Saiten dadurch,dass sie volle Körper sind,deren Gewicht,und bei Saiten zusätzlich die Zugkraft,die Beziehungen zwischen der Frequenz,bzw.der Wellenlänge,und den Grössen der Körper spezifisch beeinflussen.Die Bestimmung der Grössen wird dafür einfacher darstellbar,die Notwendigkeit einer Einteilung innerhalb der Körper in Oktaven und Halbtöne entfällt.Das Gleiche gilt auch von den abhängigen Bedingungen bei Wandstärken und Windmengen von Orgelpfeifen.Halbtonfolgen entstehen in der Zusammenstellung zu Registern.Die Bestimmung der Grössen ist jeweils direkt auf die Art des Körpers oder der den Orgelpfeifen zugehörenden Wandstärken und Windmengen hin formuliert.Die Verbindung mit der Beschreibung für die hohlen Körper besteht in den immer wieder auftretenden Werten $(2^c)^z$ und den Exponenten a und b, die die analogen Effekte bedingen.

Bei Zungen und Stäben(Platten) ist die zusätzliche relevante Grösse somit das Gewicht,und daher ist die genaue Feststellung der Dichte,des spezifischen Gewichtes in g/cm^3,von entscheidender Bedeutung.Das Elastizitätsmodul E betrifft nur die Rückstellkraft und damit die Art der Dämpfung der Schwingung.

Die Länge L_1 eines Stabes oder einer Zunge mit gleichmässigem Querschnitt ist,wenn Querschnitt x Dichte einen Wert von $(2^a)^{zq}$ erreicht, $L_1 = (L_\lambda \cdot (2^a)^{ze})^n$. Ist der wirkliche Massenquerschnitt $Q \cdot D$ von $(2^a)^{zq}$ abweichend,und diese Abweichung $(2^a)^{zq}/Q \cdot D$ muss kleiner als $(2^a)^{\pm 1/8}$ sein,verändert sich L_1 in der Weise

$$L_1 = (L_\lambda \cdot (2^a)^{ze} \cdot (2^a)^{zq}/Q \cdot D)^{exp}$$

$$exp = \left[\ln((2^a)^{zq}/Q \cdot D)/(\ln 2) \cdot 2 \cdot n \cdot (1 + n + x)\right] + n$$

L_λ Wellenlänge

L_1 Länge des Stabes, Länge der Zunge ab Einspannungspunkt

Q Querschnittsfläche

D Dichte des Materials in g/cm^3

n Exponent, gebildet aus 0.25 muliplziert mit 1,2,3 oder 4

z_l Exponent für den Längenfaktor, gebildet aus ± 0.25 multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

z_q Exponent für den Faktor, der die Norm-Querschnittsfläche darstellt, gebildet aus ± 0.25 multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

a Exponent, $a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2$

x Grösse im exp, die sich aus der Verrechnung der Abweichung des Massenquerschnittes von einer Normgrösse ergibt

Die Grösse von x wird in einem ersten Durchgang erreicht, wenn in die Gleichung für exp das x gleich 0 gesetzt wird, $(\exp - n) = x$. Bei besonders grosser Abweichung zwischen Massenquerschnitt und Normgrösse ist deshalb der Durchgang zu wiederholen, um x besser anzunähern.

Werden Register aus Zungen oder Stäben mit gleichem Querschnitt aufgestellt, so unterscheiden sich die Längen L_1 mit jedem Halbton um $2^{\pm \exp/12}$. Unregelmässige Körper, wozu auch Platten mit Löchern zählen, weil dadurch die Dichte des gesamten Körpers verändert wird, unterliegen gleichfalls der beschriebenen Regel, bei ihnen sind

$$D = \text{Gewicht}/\text{Volumen}, Q = \text{Volumen}/L_1$$

Eine Platte c''' hat $L_\lambda = 65.7$ cm, $m = 0.5$, $z_l = +3$, $z_q = +3$. Platten sind aufgelagert im Abstand $L_1 \cdot 0.5(2^a)^{0.25}$. Die Verdoppelung von z_q hat die tiefere Oktave zur Folge.

Die Erfindung gemäss dem Oberbegriff des Patentanspruches 2 wird zusätzlich erläutert am Beispiel einer Zunge für ein Orgelregister.

Orgelzungen haben als $z_l = -8$, mit Abweichungen von ± 0.25, die Querschnitte werden in den höheren Oktaven immer kleiner mit den möglichen Veränderungen ± 0.25 für z_q. Die Ausgangsdaten einer aufschlagenden Orgelzunge (die nicht verändert ist gegenüber einer durchschlagenden) aus Messing:

$D = 8.6\ g/cm^3$, Zungenbreite 1.3 cm, Zungendicke 7.5/100 cm, L_λ für c 8' = 262.8 cm, $z_\ell = -7.75$, $n = 0.75$, x im ersten Durchgang $(\ln((2^a)^{-0.5}/0.8385)/(\ln 2))\cdot 2.625^{-1} = -0.0039108$. Dieser Wert in die vollständige Formel eingesetzt, verändert den Exponenten exp zu $-0.0039196 + 0.75 = 0.7460804$. Auf die Zungenlänge angewandt wird

$$L_1 = (262.8(2^a)^{-7.75}(2^a)^{-0.5}/0.8385)^{0.7460804} =$$
$$= 7.6306694\ cm$$

Saiten sind beidseitig eingespannte Körper, die damit als zusätzliche Veränderung gegen die vorher beschriebenen noch die Zugkraft in kg aufweisen. Die Beziehung der Grössen vereinfacht sich zu dem Ausdruck

$$L_\lambda / L_1 \cdot r_1 = (\pi \cdot D \cdot 1000 \cdot (2^a)^{0.5}/kg)^{0.5}$$

L_λ Wellenlänge

L_1 Saitenlänge (Mensur) zwischen den Einspannungspunkten

r_1 halber Saitendurchmesser, bei umsponnenen Saiten das äussere Mass der Umspinnung

D Dichte, muss bei umsponnenen Saiten einzeln bestimmt werden

kg Zugkraft in kg, daher 1000 in der Gleichung

alle Masse in cm

Die Klammer ist ein konstanter Wert, wenn z.B. bei Klavieren usw. in den Bereichen für 1,2 bzw. 3 Saiten pro Ton, die Zugkraft einheitlich bleibt, obwohl sich in der Praxis die Werte von Halbton zu Halbton hin- und her schwanken.

Da sich die Saitenlängen von Klavieren und anderen Tasteninstrumenten in 2, teilweise in 3, Teilbereichen völlig einheitlich als Funktionen f(x) darstellen lassen, ebenso die abhängigen Werte für die Anschlagslänge, Saitengewicht, Saitendurchmesser, Kerndrahtdurchmesser der umsponnenen Saiten und der Durchmesser der Umspinnungsdrähte, ergibt sich so vereinfachtere und ausgeglichenere Bestimmung der Besaitung. Die Zugkräfte für die Bereiche mit 1,2 oder 3 Saiten pro Ton bei Klavieren sind innerhalb der Rahmenbedingungen

3 - saitig	pro Saite	kg
2 - saitig	pro Saite	$4/3 \cdot kg$
1 - saitig	pro Saite	$2 \cdot kg$

Die Erfindung gemäss dem Oberbegriff des Patentanspruches 3 wird zusätzlich erläutert am Beispiel einer umsponnenen Klaviersaite.

$L_\lambda = 393.7$ (F), $L_1 = 120.0$ cm, Zugkraft 95 kg, Dichte über den äusseren Umfang gemessen = 7.25 g/cm^3

$$r_1 = L_\lambda / L_1 \cdot (\pi \cdot D \cdot 1000 \cdot (2^a)^{0.5} / kg)^{0.5} =$$
$$= 393.7/120\ (287.95338)^{0.5} = 0.1933406 \text{ cm}$$

Den Kerndrahtradius 0.12/2 cm abgezogen, verbleibt für den Durchmesser des Umspinnungsdrahtes 0.133334 cm und liegt damit zwischen den handelsüblichen Durchmessern von 0.135 und 0.1325 cm. Berücksichtigt werden müssen die von der Umspinnung freien Enden der Saite, und es muss überprüft werden, ob die Dichte mit der Annahme übereinstimmt.

Wandstärken von Orgelpfeifen sind bezogen sowohl auf die Plattenbreite, die die Rohrwandung ergibt, und von r_1 der Pfeife abhängt, wie auch auf die Länge L_1 des Rohres, alles ausgedrückt in cm

$$\text{Dicke} = (2 \cdot \pi \cdot r_1)^a \cdot k_1 = L_\lambda{}^{ab} \cdot k_2$$

Ist L_1 kleiner als L_λ, so kann die errechnete Dicke um $(L_\lambda / L_1)^{ab}$ verringert werden.

L_λ Wellenlänge des Rohres
L_1 Rohrlänge
r_1 Radius des Rohres
k_1 Grösse, auf die Plattenbreite bezogen
k_2 Grösse, auf die Rohrlänge bezogen

Die üblichen Werte von k_1 und k_2 sind ungefähr im Bereich

		k_1	k_2
	von	0.022	0.0196
Metall	m_a	0.0196	0.0175
	bis	0.0175	0.0156
Tanne		0.4357	0.2104
Kiefer weitadrig		0.4164	0.2111
Kiefer engadrig		0.3688	0.1781
Eiche		0.3225	0.1557

Windmengen für den Antrieb von Orgelpfeifen sind abhängig von der Grösse der Kernspaltfläche in cm^2 und dem im Windladen herrschenden Luftdruck in mmWS. Dieser Druck, jeweils innerhalb eines Registers von konstanter Grösse, ergibt umgeformt einen Faktor, der in die Beziehung der Kernspaltfläche zu der Ausflussmenge Liter/sec steht. Die Kernspaltfläche wieder ist in Abhängigkeit von r_1.

$$(mmWS)^a \cdot (0.1 \cdot 8^{0.5})^{(a+b)} \cdot (cm^2)^{1/(a+b)} = l/s$$

mmWS Luftdruck im Windladen in mmWS

cm^2 Kernspaltfläche in cm^2

a Exponent, $a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2$

b Exponent, $b = 1 - (a/2)$

l/s Liter/Sekunde, Mass für die nötige Ausflussmenge

Patentansprüche

1. (Anwendung eines) Verfahren(s) zur Bestimmung der genauen Grössen von Klangkörpern(Musikinstrumente u.ä.),ausgehend von deren Frequenz und Klangfarbe,einschliesslich der Unterteilungen für Tonfolgen(Löcher und Verlängerungen),bestehend aus verbundenen Regeln,die die Oktave einbeziehen,und auf alle Hohlkörper zutreffen,deren Innenraum,nach Festlegung von L_1 und r_1,durch eine Umhüllungskurve aus Funktionen f(x),oder davon leicht abweichend,für die Erzielung bester Klangeigenschaften gebildet werden,dadurch gekennzeichnet,dass die Bestimmung der Tonunterteilungen über die Grössen der Körper erfolgen müssen.Von der Bedingung bei gleichmässiger Umhüllungskurve

$$(f_x/f_1)^{\ln(L_1/L_2)/\ln 2} = L_1/L_x$$

,beziehungsweise bei leicht abweichender Form

$$(f_x/f_1)^{\ln(L_1 \cdot r_1/L_2 \cdot r_2)/\ln 2} = 2 \cdot L_1 \cdot r_1/L_x \cdot (r_x + r) ,$$

über die Oktavbeziehung im Rohr

$$L = L_1^c \cdot (r_1 \cdot m \cdot (2^c)^{z_1})^{(1/c)-1} = 2 \cdot L_2^c \cdot (r_2 \cdot m \cdot (2^c)^{z_2})^{(1/c)-1}$$

folgt für alle konischen und hyperbolischen Körper die oben erforderliche Bedingung für den Exponenten

$$L_1/L_2 = 2 \cdot ((r_2/r_1)^{1/c} . 2^{(z_2 - z_1 + 1)})^{(1/c)-1} ,$$

für zylindrische Körper jedoch vereinfacht,weil $r_2/r_1 = 0$ ist,

$$L_1/L_2 = 2 \cdot r_1 \cdot m \cdot (2^c)^{z_1} / L_1^c$$

Die aus den spezifischen Grössen des Rohres abgeleiteten Lochpositionen und Lochgrössen sind wieder in Abhängigkeit zu den Exponenten der ersten Bedingung

$$((r_x/d_1) \cdot (2^c)^{z_3})^{\ln(L_1/L_2)/\ln 2} \cdot L_x$$

= wirkliche Länge ab Anblasende bis auf den dem Anblasende abgewandten Rand des Loches.Bei nebeneinander liegenden Doppellöchern ist das zuerst geöffnete Loch d_1,mit dem zweiten Loch zusammen ergibt sich die Wirkung

$$d_3 = (d_1^2 + d_2^2)^{0.5}$$

Alle einzusetzenden Masse in cm.

Es bedeuten

f_1 Frequenz des Rohres mit der Länge L_1 entsprechend dem zugehörigen L

f_x Frequenz des Rohres mit der Länge L_1 bei der Länge L_x

L_λ Wellenlänge aus $(v/f)\ 2^{\pm \text{ganze Zahl}}$ in cm

L_1 Länge des Innenraumes des wirksamen Rohres, bei genügender Antriebskraft, mit der Frequenz f_1, axial gemessen einschliesslich der gekrümmten Teile des Rohres. L_1 wird begrenzt am "unteren Ende" bei einer Geraden als Umhüllungskurve dort, wo diese endet, oder wo sie in den Becher übergeht. Dieser Becher darf im aufgesetzten Zustand die Frequenz des Rohres nicht beeinflussen. Bei hyperbolischen Formen (Hörner) begrenzt der grosse Rand der Trichteröffnung die Länge. Am Blasende (Antriebsseite) ist in die Länge L_1 inbegriffen: bei Kernspaltflöten der Bereich des Kernspaltes, bei Quer- und Traversflöten der Bereich des Stopfens bis Rohrende, bei Oboen, Englischhörnern, Fagotten usw. das gesamte Doppelrohrblatt, bei Klarinetten, Saxophonen u.ä. die Unterseite des Blattes bis zum äussersten Punkt des Rohres, bei Instrumenten mit Kesselmundstücken die Engführung des Mundstückes.

L_1 bei runden Orgelpfeifen und Bechern vom Kernspalt (Pfeifenboden) bis zum Stimmschlitz, bei eckigen Holzpfeifen die gesamte durchgehende Korpuslänge bis zum Stimmschlitz, gedackte Pfeifen bis innerkant Deckel. L_1 bei Glocken von dem Punkt, an dem sich die Gerade von der "Schärfe" her mit der inneren Rippenform trifft, bis zum Übergang in die Platte.

L_2 Länge des Innenraumes des Rohres mit der Frequenz $2 \cdot f_1$, axial gemessen einschliesslich der gekrümmten Teile. Am "unteren Ende" begrenzt durch den Punkt, wo das Rohr die Oktave zum gesamten Rohr bringt, am Blasende wie unter L_1 angegeben.

r_1 Radius des ganzen Rohres mit der Länge L_1, gebildet aus der inneren Längsschnittfläche$/2 \cdot L_1$. Bei Kernspaltflöten, Klarinetten und Saxophonen gilt die vervollständigte Fläche innerhalb der bis an das

Anblasende, den Beginn von L_1, geführten Umhüllungskurven (Geraden). Bei Doppelrohrblattinstrumenten ist die Flächendifferenz zwischen der inneren Längsschnittfläche der handelsüblichen Doppelrohrblätter und der geradlinigen Fortführung der Umhüllungsgeraden des inneren Rohres in der Flächengrösse zu berücksichtigen.

r_2 Radius des Oktavteiles des Rohres, gebildet aus der inneren Längsschnittfläche im Bereich von L_2, geteilt durch $2 \cdot L_2$, sonst analog zu Bemerkungen zu r_1.

r_x Radius des Rohres an der Stelle der Frequenz f_x bei L_x

R grösster Radius des Innenraumes des Rohres oder bei Glocken, Lautsprechern und anderen Klangkörpern

r kleinster Radius des Innenraumes des Rohres

ist der Querschnitt des Rohres elliptisch oder rechteckig, so gilt das arithmetische Mittel der Querschnittsradien

c Exponent, kann a oder b sein

a Exponent für beidseitig offene Systeme

$a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2 = 0.5287664$

b Exponent für ein-oder beidseitig geschlossene Systeme

$b = \ln(\ln 16)^{0.5}/\ln 2 = 0.7356168$

$b = 1 - (a/2) \qquad a = 2(1 - b)$

beidseitig offene Systeme sind

zylindrisch: Flöten mit Kernspalt, Querflöten, Piccoloflöten, Röhrchen in Rohrgedackt (Orgel)

offen-konisch: historische Oboen, Dulziane, Oboen, Englischhörner, Fagotte

gegen-konisch: alle Blockflöten Traversflöten, Piccolo

hyperbolisch: Trompeten, Posaunen, Hörner, Tuben

ein-oder beidseitig geschlossene Systeme sind

zylindrisch: Klarinetten, Orgelpfeifen

offen-konisch: Saxophone, Orgelpfeifen und Becher, Lautsprecher

gegenkonisch: Orgelpfeifen
hyperbolisch: Glocken, Lautsprecher

m Grösse, die die Klangfarbe mitbestimmt
bei beidseitig offenen Systemen
$r_1/r_2 \sim 1 \longrightarrow m = 8$
$r_1/r_2 \sim (2^a) \longrightarrow m = 16$
bei ein-oder beidseitig geschlossenen Systemen
$r_1/r_2 \sim 1 \longrightarrow m = 128$
$r_1/r_2 \sim (2^b) \longrightarrow m = 256$

z_1 Exponent für das ganze Rohr, gebildet aus $\pm 1/8$ multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

z_2 Exponent für den Oktavteil, gebildet analog z_1

z_3 Exponent für die Veränderung bei den Löchern, gebildet aus $\pm 1/16$ multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

alle z-Werte wirken auf die Klangfarbe. Bei Änderung von z_1 um ± 1 ergibt sich die Oktave, was mit der Längenänderung kompensiert werden kann.

d_1 Lochdurchmesser.

d_3 Kombination aus Doppellöchern nach Definition

Bei hyperbolischen Systemen, bei vereinfachter Anwendung des Patentanspruches, bestehen die Tonunterteilungen zu den tieferen Tönen hin in der Verlängerung des Rohres und bei gleichzeitiger Zunahme von z_1 um $+1/8$ pro Halbton, die gesamte Verlängerung für mehrere Halbtöne in einem zylindrischen Mittelteil zusammengefasst.

Bei Glocken Lautsprechern, Orgelpfeifen und Bechern muss nur ein Teil des Patentanspruches Anwendung finden.

2. (Anwendung eines) Verfahrens(s) zur Bestimmung der genauen Grössen von Zungen und Stäben (Xylophonplatten), ausgehend von deren Frequenz und Klangfarbe, unter Einbeziehung des Gewichtes, bzw. des spezifischen Gewichtes (Dichte), bestehend aus verbundenen Regeln, gekennzeichnet durch die Beziehungen

$L_1 = (L_\lambda \cdot (2^a)^{z_\ell} \cdot (2^a)^{z_q} / Q \cdot D)^{exp}$

$exp = [\ln((2^a)^z / Q\ D)/(\ln 2)\ 2\ n\ (1 + n + x)] + n$

$(2^a)^{z_q} / Q \cdot D$ kleiner als $(2^a)^{\pm 1/4}$

es bedeuten a l l e M a s s e i n c m

L_λ Wellenlänge

L_1 Länge des Stabes, Länge der Zunge ab Einspannungspunkt

Q Querschnittsfläche = Volumen/L_1

D Dichte des Materials in g/cm^3, D = Gewicht/Volumen

n Exponent, gebildet aus 0.25 multipliziert mit 1,2,3 oder 4

a Exponent, $a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2$

z_ℓ Exponent für den Längenfaktor, gebildet aus ± 0.25 multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

z_q Exponent für den Faktor, der die Norm-Querschnittsfläche darstellt, gebildet aus 0.25 multipliziert mit Null oder ganzer Zahl

x Grösse im exp, die sich aus der Verrechnung der Abweichung des Massenquerschnittes von einer Normgrösse ergibt

Abstand der Auflagerung bei Platten = $L_1 \cdot 0.5(2^a)^{1/4}$

Alle z-Werte wirken auf die Klangfarbe. $z_q \cdot \pm 1$ hat die Oktave zur Folge.

3. (Anwendung eines) Verfahren(s) zur Bestimmung der genauen Grössen von Saiten, ausgehend von deren Frequenz und unter Einbeziehung des spezifischen Gewichtes (Dichte), bzw. des Gewichtes, und der Zugkraft (Spannung der Saite), gekennzeichnet durch die Bedingung

$L_\lambda / L_1 \cdot r_1 = (\pi \cdot D \cdot 1000 \cdot (2^a)^{0.5} / kg)^{0.5}$

a l l e M a s s e i n cm

es bedeuten

L_λ Wellenlänge, hier v/2f

L_1 Saitenlänge (Mensur) zwischen den Einspannungspunkten

r_1 halber Saitendurchmesser, bei umsponnenen Saiten das äussere Mass der Umspinnung

D Dichte des Materials in g/cm^3, D = Gewicht/Volumen

kg Zugkraft in kg,daher 1000 als Ausgleich
$(2^a)^{0.5} = (\ln 2)^{-0.5}$

4. (Anwendung eines) Verfahren(s) zur Bestimmung der Wandstärken von Orgelpfeifen in Abhängigkeit zu ihrer Grösse gemäss Patentanspruch 1,sowohl auf die sich ergebende Plattenbreite,wie auch auf die Länge des Rohres bezogen, gekennzeichnet durch die Bedingungen

$$\text{Dicke} = (2\cdot\pi\cdot r_1)^a\cdot k_1 = L_\lambda{}^{ab}\cdot k_2$$

Bei L_1 abweichend von L_λ kann die errechnete Dicke um $(L_\lambda/L_1)^{ab}$ verringert werden

a l l e M a s s e i n c m

es bedeuten

L_λ Wellenlänge
L_1 Rohrlänge
r_1 Radius des Rohres
k_1 Grösse,auf die Plattenbreite bezogen
k_2 Grösse,auf die Rohrlänge bezogen
a Exponent, $a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2$
b Exponent, $b = 1 - (a/2)$

k_1 und k_2 hängen ab vom Winddruck im Windladen und der Dichte des verwendeten Materials.Sie werden für eine Pfeife bestimmt und ihr Wert bleibt dann gleich für die folgenden Pfeifen.

5. (Anwendung eines) Verfahren(s) zur Bestimmung der notwendigen Luftmengen für Orgelpfeifen in Abhängigkeit von Luftdruck im Windladen und der Kernspaltfläche der Pfeife, die wiederum in Abhängigkeit zum Radius gemäss Patentanspruch 1 steht,gekennzeichnet durch die Bedingung

$$(\text{mmWS})^a\cdot(0.1\cdot 8^{0.5})^{(a+b)}\cdot(\text{cm}^2)^{1/(a+b)} = 1/\text{s}$$

es bedeuten

mmWS Luftdruck im Windladen in mmWassersäule
cm^2 Kernspaltfläche in cm^2,in Abhängigkeit von r_1
a Exponent, $a = \ln(\ln 2)^{-1}/\ln 2$
b Exponent, $b = 1 - (a/2)$
1/s Liter/Sekunde,Mass für die Ausflussmenge